

Inversion et imagerie haute résolution

Contexte général

Dans de nombreux domaines de la physique, la question de la confrontation de modèles et de données expérimentales est cruciale. Pour contribuer à y répondre, on s'appuie non seulement sur un dispositif expérimental mais aussi sur le traitement numérique des données. Ce traitement est souvent nécessaire à cause de limitations des capteurs (résolution, temps de réponse, niveau de bruit, *etc.*...) ou à cause de relations indirectes entre les données et la grandeur d'intérêt (*e.g.*, convolution). Le traitement réalise alors une opération d'*inversion* dont l'entrée est le jeu de données acquises et la sortie est un objet estimé. En imagerie, cet objet est la distribution de la grandeur d'intérêt dans le milieu étudié.

Il arrive souvent que l'inversion soit un problème *mal-posé*, pour lequel il n'est pas possible de définir, à partir des données seules, un objet reconstruit unique et stable relativement aux erreurs d'acquisition. La notion de *régularisation*, dont le cadre théorique a été formulé dans les années 60-70, consiste à prendre en compte des informations complémentaires sur l'objet recherché pour reformuler le problème et produire un énoncé bien-posé. Dans cette formation, on aborde les deux grandes classes d'approches :

1. déterministe et variationnelle : pénalisation et contrainte, optimisation numérique,
2. probabiliste : approche bayésienne et échantillonnage stochastique,

et on décrit le lien fort qui les relie. Ces approches sont capables d'inclure des informations diverses, telles que la positivité d'une distribution spectrale ou la régularité spatiale d'une image, la présence d'événements rares (*e.g.*, contours, impulsion), *etc.*... et ainsi produire des images de *haute résolution*. En plus de cet aspect, l'accent sera mis sur le contexte de la *grande dimension* et la question des *incertitudes*.

Aspects pratiques

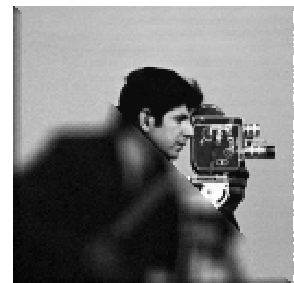
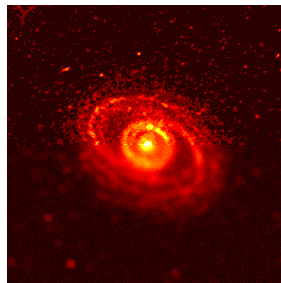
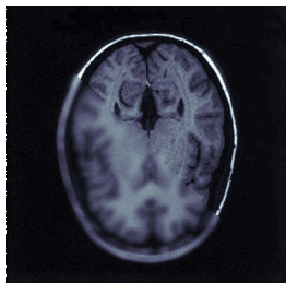
- Formation de 20 heures réparties en cours et travaux pratiques ainsi que quelques exercices.
- Les mardis matin de janvier-février. Prévues : 07/01, 14/01, 21/01, 28/01, 04/02, 11/02, 18/02, 25/02.
- Travaux pratiques sous Matlab / Octave mais aucune pratique préalable n'est nécessaire.
- Les supports (diaporama, sujets divers,...) sont en anglais et la formation est en français.
- Prérequis : notions de base en algèbre linéaire et dans une moindre mesure en probabilité.

Plan de Formation

Introduction, motivation — On motive les développements à partir d'exemples en imagerie dans divers domaines et par diverses modalités, on introduit les notations ainsi que le modèle convolutif.

- Domaines d'application : médical, astrophysique, géophysique, télédétection, contrôle non-destructif,...
- Modalités : scanner, IRM, tomographie, échographie, optique, interférométrie,...
- Problématique : débruitage, restauration, déconvolution, reconstruction, super-résolution, segmentation,...

On aborde ainsi la problématique de l'inversion et on analyse son caractère mal-posé / mal-conditionné.



Inversion linéaire — Cette première partie concerne les méthodes de déconvolution linéaires. On donne à chaque fois une interprétation en terme de filtrage (interprétation fréquentielle), d'analyse numérique (conditionnement de matrices) et statistiques (biais-variance).

- Approches aux moindres carrés, filtrage inverse,...
- Pénalisation quadratique, optimisation et approximation circulante, Filtrage de Wiener.

Autodidacte et autocalibration — Ce chapitre aborde des questions plus avancées, réunies sous le vocable *apprentissage non-supervisé* : aspects autodidactes (estimation d'hyperparamètres) et autocalibration (estimation de paramètres instruments). Le cadre méthodologique est celui des statistiques bayésiennes et la mise en œuvre repose sur l'échantillonnage stochastique et les méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov.

Inversions non-linéaires — On introduit ensuite des méthodes de déconvolution non-linéaires, en s'appuyant le cas linéaire précédent, à la fois en terme de critère, d'optimisation numérique et de codage. Les outils présentés reposent sur la transformée de Legendre et la notion de conjuguée convexe ainsi que sur l'optimisation semi-quadratique. Ils permettent une amélioration de la qualité des images en particulier leur résolution.

Contraintes — Cette partie est consacrée à la prise en compte de contraintes, en particulier de positivité et de support. On s'appuie également sur les résultats précédents, en terme de critère, d'optimisation et de codage. Les méthodes reposent sur la famille des algorithmes de Lagrangien augmenté et permettent également sur une nette amélioration de la résolution des images.

Outils plus avancés — Ce dernier volet présente des approches plus avancées et des questions ouvertes.

- Variables discrètes, pénalisation L_0 , décision,...
- Champ d'étiquette (modèle de Potts, Ising) et déconvolution-segmentation...
- Modèles impulsionsnels et déconvolution-détection.
- Modèles d'images : textures, orientation, ondelettes, dictionnaire...
- Comparaison de modèle, calcul d'évidence, *etc.*...
- Liens, apports et limitations des approches par « apprentissage ».

Ouvrages de référence (Textbook)

- [1] J.-F. Giovannelli et J. Idier, Eds., *Regularization and Bayesian Methods for Inverse Problems in Signal and Image Processing*, ISTE and John Wiley & Sons Inc., London, 2015.
- [2] J. Idier, Ed., *Bayesian Approach to Inverse Problems*, ISTE Ltd and John Wiley & Sons Inc., London, 2008.
- [3] M. Bertero et P. Boccacci, *Introduction to Inverse Problems in Imaging*, Taylor & Francis, Bristol and Philadelphia, USA, 2002.
- [4] B. Chalmond, *Modeling and Inverse Problems in Image Analysis*, Applied Mathematical Science. Springer, New-York, USA, 2003.
- [5] J. Kaipio et E. Somersalo, *Statistical and computational inverse problems*, Springer, Berlin, Germany, 2005.
- [6] R. C. Aster, B. Borchers et C. H. Thurber, *Parameter Estimation and Inverse Problems*, International Geophysics Series. Elsevier, Amsterdam, 2005.
- [7] J. C. Santamarina et D. Fratta, *Discrete Signals and Inverse Problems : An Introduction for Engineers and Scientists*, WileyBlackwell, Chichester, England, 2005.